



Die handliche Hilfe für Elektroinstallation und HLKS

**OTT**CFISCHER

Mit Unterstützung von

**HOCHSCHULE  
LUZERN**

Technik & Architektur  
PI Zentralschweiz

## Die cleverste Formel für jeden Elektriker heisst [ottofischer.ch](http://ottofischer.ch)

Leichter zum Ziel zu kommen, geht nicht. Denn die Firma Otto Fischer hat ordentlich was auf Lager – vom einfachen Kabelbinder bis zur kompletten Solaranlage nämlich schlicht alles. Und liefert es dir genau dahin, wo du es willst. Sogar an Orte, die noch gar keine Adresse haben.

Aber auch wenn dir bei einer Installation mal jemand auf der Leitung steht, ist es die bequemste Lösung, rasch Kontakt aufzunehmen. Das geht ganz unkompliziert im ProfChat unter [ottofische .ch](http://ottofische.ch) oder per Telefon an 044 276 76 76. Schon hast du jemanden am Draht, der genau weiss, wie sich der Knoten lösen lässt. Und wie du bei der Arbeit weitere Widerstände vermeiden kannst.

Also: Wer eins und eins zusammenzählen kann, muss nicht lange studieren, um zu merken, dass die Zusammenarbeit mit den Fachleuten der Firma Otto Fischer auf dem schnellsten Weg zum richtigen Resultat führt. Denn mit ihrer kompetenten Unterstützung kannst du immer rechnen.

Weitere Exemplare des Formelspicks können gratis bestellt werden:  
[ottofische .ch/formelspick](http://ottofische.ch/formelspick) (E-No 996 007 289)

---

**Herausgeber:**

Otto Fischer AG  
[ottofische .ch](http://ottofische.ch)

**Autor:**

Hochschule Luzern – Technik & Architektur  
[hslu.ch/technik-architektur](http://hslu.ch/technik-architektur)

## SI-Basiseinheiten

Länge	Meter	m
Zeit	Sekunde	s
Masse	Kilogramm	kg
Stromstärke	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
Stoffmenge	Mol	mol
Lichtstärke	Candela	cd

## Abgeleitete SI-Einheiten

Kraft	Newton	N	$(\text{m kg})/\text{s}^2$
Arbeit	Joule	J, Ws	$(\text{m}^2\text{kg})/\text{s}^2$
Leistung	Watt	W	$(\text{m}^2\text{kg})/\text{s}^3$
Druck	Pascal	Pa	$\text{kg}/(\text{m s}^2)$
El. Spannung	Volt	V	$(\text{m}^2\text{kg})/(\text{s}^3\text{A})$
El. Widerstand	Ohm	$\Omega$	$(\text{m}^2\text{kg})/(\text{s}^3\text{A}^2)$
Winkel (Ebene)	Radian	rad	m/m

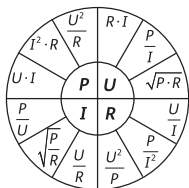
## Griechisches Alphabet

Alpha	A	$\alpha$	Ny	N	$\nu$
Beta	B	$\beta$	Xi	$\Xi$	$\xi$
Gamma	$\Gamma$	$\gamma$	Omikron	O	$\omicron$
Delta	$\Delta$	$\delta$	Pi	$\Pi$	$\pi$
Epsilon	E	$\epsilon$	Rho	$\rho$	$\rho$
Zeta	Z	$\zeta$	Sigma	$\Sigma$	$\sigma$
Eta	H	$\eta$	Tau	T	$\tau$
Theta	$\Theta$	$\theta/\vartheta$	Ypsilon	Y	$\upsilon$
Iota	I	$\iota$	Phi	$\Phi$	$\phi$
Kappa	K	$\kappa$	Chi	X	$\chi$
Lambda	$\Lambda$	$\lambda$	Psi	$\Psi$	$\psi$
My	M	$\mu$	Omega	$\Omega$	$\omega$

## Vorsätze

Deka	Hekto	Kilo	Mega	Giga	Tera	Peta
<b>da</b>	<b>h</b>	<b>k</b>	<b>M</b>	<b>G</b>	<b>T</b>	<b>P</b>
10	$10^2$	$10^3$	$10^6$	$10^9$	$10^{12}$	$10^{15}$
$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$	$10^{-15}$
<b>d</b>	<b>c</b>	<b>m</b>	<b><math>\mu</math></b>	<b>n</b>	<b>p</b>	<b>f</b>
Dezi	Zenti	Milli	Mikro	Nano	Piko	Femto

# Grundlagen und Gleichstrom (DC = Direct Current)



$P$	Leistung	W
$U$	Spannung	V
$I$	Stromstärke	A
$R$	Widerstand	$\Omega$

Ohmsches Gesetz

$$R = \frac{U}{I}$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$U$	Spannung	V
$R$	Widerstand	$\Omega$
$I$	Stromstärke	A

Stromdichte

$$J = \frac{I}{A} \quad A = \frac{I}{J} \quad I = A \cdot J \quad A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$J$	Stromdichte	A/mm <sup>2</sup>
$I$	Stromstärke	A
$A$	Leiterquerschnitt	mm <sup>2</sup>
$d$	Leiterdurchmesser	mm

Widerstand eines Leiters

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} \quad l = \frac{R \cdot A}{\rho} \quad A = \frac{\rho \cdot l}{R}$$

Widerstand einer Leitung:  
Leitungslänge mal 2 (Hin- und Rückleiter)

$R$	Leiterwiderstand	$\Omega$
$\rho$	spezifischer Widerstand ( $\rho_{\text{Cu}} = 0,0178 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ bei 20 °C)	$\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$
$l$	Leiterlänge	m
$A$	Leiterquerschnitt	mm <sup>2</sup>

Temperatureinfluss auf den Widerstan

$$R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta) \quad R_1 = \frac{R_2}{(1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)}$$

$$\Delta R = R_2 - R_1 \quad \Delta R = R_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 \quad \Delta \vartheta = \frac{\Delta R}{\alpha \cdot R_1}$$

$$\alpha = \frac{\Delta R}{\Delta \vartheta \cdot R_1}$$

$R_1$	Anfangswiderstand bei $\vartheta_1$	$\Omega$
$R_2$	Endwiderstand	$\Omega$
$\Delta R$	Widerstandsänderung	$\Omega$
$\alpha$	Temperaturkoeffizien ( $\alpha_{\text{Cu}} = 0,004 \text{ 1/K}$ bei $\vartheta_1$ )	1/K
$\Delta \vartheta$	Temperaturänderung	K
$\vartheta_1$	Anfangstemperatur (Referenztemp. für $\vartheta_1$ : 20 °C)	°C
$\vartheta_2$	Endtemperatur	°C

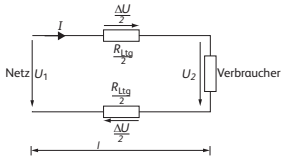
Leistung bei Änderung der Spannung  
bzw. der Stromstärke

$$P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 = P_1 \cdot \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \quad P_1 = P_2 \cdot \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2$$

$$I_2 = I_1 \cdot \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} \quad U_2 = U_1 \cdot \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}$$

$P_1$	Leistung vor der Änderung	W
$P_2$	Leistung nach der Änderung	W
$U_1$	Spannung vor der Änderung	V
$U_2$	Spannung nach der Änderung	V
$I_1$	Stromstärke vor der Änderung	A
$I_2$	Stromstärke nach der Änderung	A

## Spannungsfall an Leitungen



$$\Delta U = U_1 - U_2 \quad \Delta U = R_{Ltg} \cdot I \quad R_{Ltg} = \frac{\Delta U}{I}$$

$$R_{Ltg} = \frac{\rho \cdot 2 \cdot l}{A} \quad A = \frac{\rho \cdot 2 \cdot l}{R_{Ltg}} \quad l = \frac{R_{Ltg} \cdot A}{\rho \cdot 2}$$

$\Delta U$	Spannungsfall	V
$U_1$	Netzspannung	V
$U_2$	Verbraucherspannung	V
$R_{Ltg}$	Leitungswiderstand	$\Omega$
$I$	Leiterstrom	A
$\rho$	spezifischer Widerstan	$\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$
	( $\rho_{cu} = 0,0178 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ bei $20^\circ\text{C}$ )	
$l$	Leitungslänge	m
$A$	Leiterquerschnitt	$\text{mm}^2$

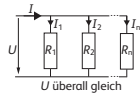
## Schaltungen von Widerständen

### Parallelschaltung

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad R_1 = \frac{R_2 \cdot R}{R_2 - R}$$

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \quad R_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2} - \dots - \frac{1}{R_n}}$$

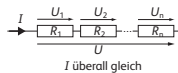
$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$



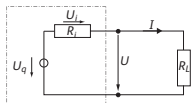
$R$	Gesamtwiderstand	$\Omega$
$R_1, R_2 \dots R_n$	Einzelwiderstände	$\Omega$
$U$	Gesamtspannung	V
	$U_1, U_2 \dots U_n$ Teilspannungen	V
$I$	Gesamstrom	A
	$I_1, I_2 \dots I_n$ Teilströme	A

### Serienschaltung

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$



## Belastete Spannungsquelle

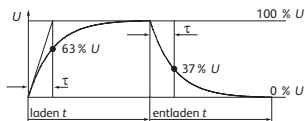


$$U = U_q - U_i = U_q - I \cdot R_i \quad R_i = \frac{U_i}{I} = \frac{U_q - U}{I}$$

$U$	Klemmenspannung	V
$U_q$	Quellenspannung (Leerlaufspannung)	V
$I$	Laststrom	A
$R_i$	Innenwiderstand	$\Omega$
$U_i$	innerer Spannungsfall	V
$I_k$	Kurzschlussstrom	A

$$I = \frac{U_q}{R_i + R_L} \quad I_k = \frac{U_q}{R_i}$$

## Laden und Entladen eines Kondensators



$\tau$	Zeitkonstante	s
$C$	Kapazität	F
$R$	Widerstand	$\Omega$
$t$	Lade- und Entladedauer	s

$$\tau = R \cdot C \quad R = \frac{\tau}{C} \quad C = \frac{\tau}{R} \quad t \approx 5 \cdot \tau \quad \tau \approx \frac{t}{5}$$

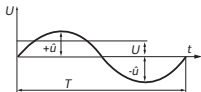
Schaltungen von Kondensatoren		C	Gesamtkapazität	F
		$C_1, C_2 \dots C_n$	Einzelkapazitäten	F
Parallelschaltung		Serienschaltung		
$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$		$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$		
		$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$		
Elektrische Arbeit (Wirkenergie)		W	elektrische Arbeit, Energie	Ws
$W = P \cdot t$		P	Leistung	W
$P = \frac{W}{t}$		t	Zeit	s
		t	Zeit	s
Leistungsmessung mithilfe eines Zählers		P	Leistung	kW
$P = \frac{3600 \cdot n}{C_z \cdot t}$		n	Anzahl Ankerumdrehungen oder Impulse in der Zeit t	...
$t = \frac{3600 \cdot n}{C_z \cdot P}$		$C_z$	Zählerkonstante	1/kWh
$n = \frac{P \cdot C_z \cdot t}{3600}$		t	Zeit	s
Energiekosten		K	Energiekosten	Fr.
$K = \frac{T \cdot W}{100} = \frac{T \cdot P \cdot t}{100}$		T	Arbeitspreis (Tarif)	Frp/kWh
		W	Energie	kWh
		P	Leistung	kW
		t	Zeit	h
Wirkungsgrad		$\eta$	Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)	...
$\eta = \frac{P_2}{P_1}$		$\eta_1, \eta_2 \dots \eta_n$	Einzelwirkungsgrade	...
$P_1 = \frac{P_2}{\eta}$		$P_1$	aufgenommene Leistung	W
$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$		$P_2$	abgegebene Leistung (Nennleistung)	W
$P_V = P_1 - P_2$		$P_V$	Verlustleistung	W
Mechanische Leistung		m	Masse	kg
$P = \frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{t}$		g	Erdbeschleunigung 9,81 m/s <sup>2</sup>	
$m = \frac{P \cdot t}{g \cdot \Delta h}$		$\Delta h$	Höhendifferenz	m
$t = \frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{P}$		t	Zeit	s
		P	mechanische Leistung	W
Elektrowärme		P	Leistung	kW
$P = \frac{m \cdot c \cdot \Delta \vartheta}{t \cdot \zeta}$		m	Masse	kg
$t = \frac{m \cdot c \cdot \Delta \vartheta}{P \cdot \zeta}$		c	spezifische Wärmekapazität	kJ/kgK
$\zeta = \frac{m \cdot c \cdot \Delta \vartheta}{t \cdot P}$		$(c_{H_2O} = 4,19 \text{ kJ/kgK})$		
$\Delta \vartheta = \frac{t \cdot P \cdot \zeta}{m \cdot c}$		$Q = m \cdot c \cdot \Delta \vartheta$	$\Delta \vartheta$	Temperaturdifferenz
		t	Zeit	s
		$\zeta$	Wärmenutzungsgrad	...
		Q	Wärmemenge	kJ

## Wechselstrom (AC = Alternating Current)

Effektiv- und Scheitelwert

$$\hat{i} = \sqrt{2} \cdot I \quad I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \quad \hat{u} = \sqrt{2} \cdot U \quad U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$

Frequenz und Periodendauer



$$f = \frac{1}{T} \quad T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$I$	Effektivwert der Stromstärke	A
$\hat{i}$	Scheitelwert der Stromstärke	A
$U$	Effektivwert der Spannung	V
$\hat{u}$	Scheitelwert der Spannung	V
$\sqrt{2}$	Scheitelfaktor 1,414	
$f$	Frequenz	Hz
$T$	Periodendauer	s
$\omega$	Kreisfrequenz	1/s

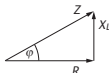
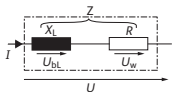
Kapazitiver Blindwiderstand



$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{U_{bc}}{I} \quad C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C}$$

$X_C$	kapazitiver Blindwiderstand	$\Omega$
$f$	Frequenz	Hz
$C$	Kapazität	F
$U_{bc}$	kapazitive Blindspannung	V
$I$	Stromstärke	A

Widerstands-dreieck einer Spule



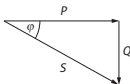
$$Z = \frac{U}{I} \quad R = \frac{U_w}{I} \quad X_L = \frac{U_{bl}}{I}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad R = \sqrt{Z^2 - X_L^2} \quad X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad R = Z \cdot \cos \varphi \quad Z = \frac{R}{\cos \varphi}$$

$X_L$	induktiver Blindwiderstand	$\Omega$
$R$	Wirkwiderstand	$\Omega$
$Z$	Scheinwiderstand	$\Omega$
$U_{bl}$	induktive Blindspannung	V
$U_w$	Wirkspannung	V
$U$	Gesamtspannung	V
$I$	Stromstärke	A
$\varphi$	Phasenverschiebungswinkel	$^\circ$

Wechselstromleistung



Leistungsfaktor

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Scheinleistung

$$= \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q}{\sin \varphi}$$

$$S = U \cdot I$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Blindleistungsfaktor

$$\sin \varphi = \frac{Q}{S}$$

Wirkleistung

$$P = S \cdot \cos \varphi$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$P = \sqrt{S^2 - Q^2}$$

$S$  Scheinleistung

$P$  Wirkleistung

$Q$  Blindleistung

$\cos \varphi$  Leistungsfaktor

$\sin \varphi$  Blindleistungsfaktor

$I$  Stromstärke

$U$  Spannung

VA

W

var

...

...

A

V

Blindleistung

$$Q = S \cdot \sin \varphi$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

Induktiver Blindwiderstand

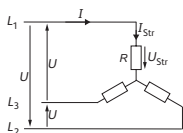


$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \frac{U_{bl}}{I} \quad L = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

$X_L$	induktiver Blindwiderstand	$\Omega$
$f$	Frequenz	Hz
$L$	Induktivität	H
$U_{bl}$	induktive Blindspannung	V
$I$	Stromstärke	A

## Drehstrom

Sternschaltung



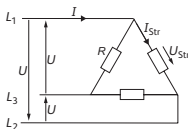
$$I_{Str} = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

$$U = \sqrt{3} \cdot U_{Str}$$

$$I = I_{Str}$$

$I$	Leiterstrom	A
$I_{Str}$	Strangstrom	A
$U$	Leiterspannung (= Netzspannung)	V
$U_{Str}$	Strangspannung	V
$R$	Strangwiderstand	$\Omega$
$\sqrt{3}$	Verkettungsfaktor 1,73	

Dreieckschaltung



$$I = \sqrt{3} \cdot I_{Str}$$

$$I_{Str} = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

$$U = U_{Str}$$

$$R = \frac{U_{Str}}{I_{Str}}$$

$$I_{Str} = \frac{U_{Str}}{R}$$

$$I_{Str} = \frac{U_{Str}}{R}$$

Drehstromleistung symmetrische Belastung

Scheinleistung

$$S = \sqrt{3} \cdot I \cdot U = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q}{\sin \varphi}$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U} \quad U = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot I} \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Wirkleistung

$$P = S \cdot \cos \varphi = \sqrt{S^2 - Q^2} \quad P = \sqrt{3} \cdot I \cdot U \cdot \cos \varphi$$

Blindleistung

$$Q = S \cdot \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} \quad Q = \sqrt{3} \cdot I \cdot U \cdot \sin \varphi$$

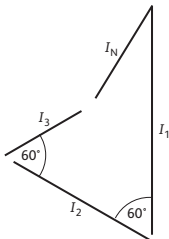
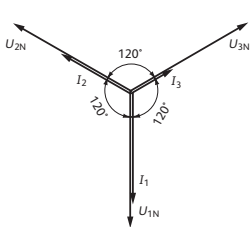
Wirkleistung von ohmschen Verbrauchern

$$P_Y = \frac{U^2}{R} \quad P_{\Delta} = 3 \cdot \frac{U^2}{R} \quad P_{\Delta} = 3 \cdot P_Y$$

$S$	Scheinleistung	VA
$P$	Wirkleistung	W
$P_{\Delta}$	Wirkleistung bei Dreieckschaltung	W
$P_Y$	Wirkleistung bei Sternschaltung	W
$Q$	Blindleistung	var
$\cos \varphi$	Leistungsfaktor	...
$\sin \varphi$	Blindleistungsfaktor	...
$I$	Leiterstrom	A
$U$	Leiterspannung	V
$R$	Strangwiderstand	$\Omega$
$\sqrt{3}$	Verkettungsfaktor 1,73	

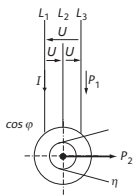


## Konstruktion Neutralleiterstrom (unsymmetrisch ohmsch belastet)



## Verbraucher

### Drehstrommotoren



$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot I \cdot U \cdot \cos \varphi$$

$$P_2 = \sqrt{3} \cdot I \cdot U \cdot \cos \varphi \cdot \eta$$

$$I = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi \cdot \eta}$$

$\eta$	Wirkungsgrad	...
$P_1$	aufgenommene Leistung	W
$P_2$	abgegebene Leistung (Nennleistung)	W
$\cos \varphi$	Leistungsfaktor	...
$I$	Leiterstrom	A
$U$	Leiterspannung	V
$\sqrt{3}$	Verkettungsfaktor 1,73	

### Drehstrommotoren, Drehfelddrehzahl und Schlupf

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p}$$

$$p = \frac{60 \cdot f}{n_s}$$

$$f = \frac{p \cdot n_s}{60}$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100\%$$

$$n = n_s \left( 1 - \frac{s}{100\%} \right)$$

$f$	Frequenz	Hz
$n$	asynchrone Drehzahl (Läuferdrehzahl)	1/min
$n_s$	synchrone Drehzahl (Drehfelddrehzahl)	1/min
$p$	Polpaarzahl	...
$s$	Schlupf	%

### Transformator (verlustlos)



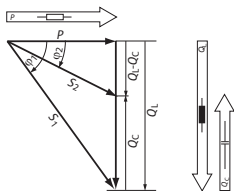
$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2}$$

$$\ddot{u} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

$\ddot{u}$	Übersetzungsverhältnis	...
$U_1$	Eingangsspannung	V
$U_2$	Ausgangsspannung	V
$I_1$	Primärstrom	A
$I_2$	Sekundärstrom	A
$N_1$	Primärwindungszahl	...
$N_2$	Sekundärwindungszahl	...

### Kompensation (Leistungsfaktorverbesserung)



$Q_C$	kapazitive Blindleistung	var
$Q_L$	induktive Blindleistung	var
$P$	Wirkleistung	W
$S_1$	Scheinleistung unkompensiert	VA
$S_2$	Scheinleistung kompensiert	VA
$\cos \varphi_1$	Leistungsfaktor unkompensiert	...
$\cos \varphi_2$	Leistungsfaktor kompensiert	...
$C$	Kompensations-Kondensator	F
$U$	Spannung	V
$f$	Frequenz	Hz

$$\cos \varphi \rightarrow \varphi \rightarrow \tan \varphi$$

$$Q_C = P \cdot (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2) \quad C = \frac{Q_C}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U^2}$$

$$\tan \varphi_1 = \frac{Q_L}{P} \quad \tan \varphi_2 = \frac{Q_L - Q_C}{P}$$

### Beleuchtungstechnik

$$\Phi_N = E_m \cdot A \quad E_m = \frac{\Phi_N}{A}$$

$$\Phi_N = n \cdot \Phi_L \cdot \eta_B$$

### Planung für Neuanlagen

$$n = \frac{E_m \cdot A \cdot p_v}{\Phi_L \cdot \eta_B} \quad E_m = \frac{n \cdot \Phi_L \cdot \eta_B}{A \cdot p_v}$$

$$\eta_v = \frac{\Phi_L}{P} \quad \eta_B = \eta_R \cdot \eta_{Lo} \quad W_F = \frac{1}{p_v}$$

$\Phi_N$	Nutzlichtstrom	lm
$E_m$	mittlere Beleuchtungsstärke	lx
$A$	Fläche	m <sup>2</sup>
$n$	Anzahl Lampen	...
$\Phi_L$	Lichtstrom einer Lampe	lm
$\eta_B$	Beleuchtungswirkungsgrad	...
$p_v$	Planungsfaktor	...
$\eta_v$	Lichtausbeute	lm/W
$P$	Leistung einer Lampe	W
$\eta_R$	Raumwirkungsgrad	...
$\eta_{Lo}$	Leuchten-Betriebswirkungsgrad...	...
$W_F$	Wartungsfaktor	...

## Gleichförmige Bewegung

v	Geschwindigkeit	m/s
s	Strecke, Weg	m
t	Zeit	s

$$v = \frac{s}{t}$$

$$[v] = \frac{m}{s}$$



## Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

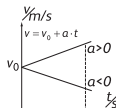
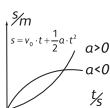
v	Geschwindigkeit	m/s
$v_0$	Anfangsgeschwindigkeit	m/s
a	Beschleunigung	m/s <sup>2</sup>
s	Strecke, Weg	m
t	Zeit	s

$$a = \frac{v}{t}$$

$$[a] = \frac{m}{s^2}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$[v] = \frac{m}{s}$$



wobei

$a > 0$  beim Beschleunigen

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad [s] = m$$

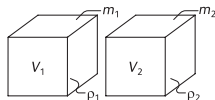
$a < 0$  beim Verzögern (Bremsen)

## Dichte

$\rho$	Dichte	kg/m <sup>3</sup>
m	Masse	kg
V	Volumen	m <sup>3</sup>

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$$



## Kraft

F Kraft	N
m Masse	kg
a Beschleunigung	m/s <sup>2</sup>

$$F = m \cdot a$$

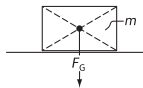
$$[F] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

## Gewichtskraft

F <sub>G</sub> Gewichtskraft	N
m Masse	kg
g Fallbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>

$$F_G = m \cdot g$$

$$[F] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$



wobei

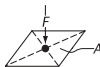
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

## Druck

p Druck	Pa
F Kraft	N
A Fläche	m <sup>2</sup>

$$p = \frac{F}{A}$$

$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} = \text{Pa}$$



### Umrechnungen Druckeinheiten

Druck	Pa	mbar	kPa	mWS*	bar
Pa	1	0,01	0,001	0,000102	0,00001
mbar	100	1	0,1	0,0102	0,001
kPa	1'000	10	1	0,102	0,01
mWS*	9'810	98,1	9,81	1	0,0981
bar	100'000	1'000	100	10,2	1

\*Die Zahlenwerte für die Umrechnung von mWS beziehen sich auf eine Dichte von 1000 kg/m<sup>3</sup>.

## Arbeit

W Arbeit J

F Kraft N

s Weg m

$$W = F \cdot s$$

$$[W] = N \cdot m = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = J$$



### Umrechnungen Arbeit-/Energieeinheiten

Arbeit	J	kJ	MJ	kWh
J	1	0,001	0,000001	0,0000003
kJ	1'000	1	0,001	0,000278
MJ	1'000'000	1'000	1	0,278
kWh	3'600'000	3'600	3,6	1

## Leistung

P Leistung W

W Arbeit J

t Zeit s

$$P = \frac{W}{t}$$

$$[P] = kg \cdot \frac{m^2}{s^3} = W$$



## Energie

### Definition\*:

Die in einem Körper «gespeicherte» Arbeit wird allgemein als Energie bezeichnet.

Arbeit und Energie haben beide die Einheit Joule.

### Einige Energieformen

Energieform	Gleichung	Einheit
Lageenergie	$W_l = m \cdot g \cdot h$	$[W_l] = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = J$
Bewegungsenergie	$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	$[W_{kin}] = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = J$
Elektrische Energie	$W_e = e_0 \cdot U$	$[W_e] = C \cdot V = A \cdot s \cdot V = A \cdot s \cdot \frac{m^2}{s^3} \cdot \frac{kg}{A} = J$
Thermische Energie	$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$	$[Q] = kg \cdot \frac{J}{kg \cdot K} \cdot K = J$

\*Siehe auch erster und zweiter Hauptsatz der Thermodynamik.

## Größen und Einheiten

### Temperatur

$\theta$	Temperatur	$^{\circ}\text{C}$	$\{\theta\} = \{T\} + 273,15$
T	absolute Temperatur	K	$\{\theta\} = \{T\} - 273,15$



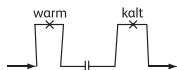
## Verhalten der Stoffe bei Temperaturänderung

### Längenausdehnung fester Stoffe

$\Delta l$	Längenänderung	m	$\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta T$	$[\Delta l] = m \cdot \frac{1}{K} \cdot K = m$
$l_1$	Ausgangslänge	m		
$l_2$	Endlänge	m		
$\alpha$	Längenausdehnungskoeffizient	$\text{K}^{-1}$	$l_2 = l_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$	$[l_2] = m$
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K		

### Längenausdehnungskoeffizient einiger Stoffe

Stoff	Temperatur in $^{\circ}\text{C}$	$\alpha \times 10^{-6}$ in $\text{K}^{-1}$
Kupfer	0...100	16,8
Stähle		
unlegiert	0...100	11,5
Chrom-Nickel-Molybdän	20...100	16,0
Baustahl	0...100	12,0
Stahlbeton	0...100	14,0
Messing (62% Cu)	0...100	18,4
Polyethylen	0... 80	150...230
Polyvinylchlorid (PVC hart)	0...100	70,0
Mepla (Metallverbundrohr)	20...100	26,0



## Volumenausdehnung von Flüssigkeiten

$\Delta V$  Volumenänderung  $m^3$

$V_1$  Ausgangsvolumen  $m^3$

$V_2$  Endvolumen  $m^3$

$\rho_1$  Dichte bei Temperatur 1  $kg/m^3$

$\rho_2$  Dichte bei Temperatur 2  $kg/m^3$

$$\Delta V = V_1 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} - V_1 \quad [\Delta V] = m^3$$

wobei

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

*Dichte  $\rho$  von Wasser*

Temperatur in °C	$\rho$ in $kg/m^3$
0	999,8
10	999,7
20	998,2
60	983,2
100	958,3

## Normbedingungen des idealen Gases

$p_0$  Normdruck  $Pa$

$T_0$  Normtemperatur  $K$

$p_0 = 101\,325\ Pa$   $T_0 = 273,15\ K$

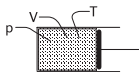
Molares Normvolumen

$V_0$  molares Normvolumen  $m^3/mol$

$V_0 = 22,414 \cdot 10^{-3}\ m^3/mol$

## Gleichungen des idealen Gases

R	allgemeine Gaskonstante	J/(mol K)
R <sub>s</sub>	spezifische Gaskonstante	J/(kg K)
n	Stoffmenge	mol
p <sub>1,2,x</sub>	Druck Zustand 1,2,x	Pa
V <sub>1,2,x</sub>	Volumen Zustand 1,2,x	m <sup>3</sup>
T <sub>1,2,x</sub>	Temperatur Zustand 1,2,x	K
M	Molare Masse	kg/mol



Form	Gleichung	Bedingung
Allgemeine Zustandsgleichung	$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$	$m = const$
Allgemeine Zustandsgleichung	$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$	$R = 8,31451 \frac{J}{mol \cdot K}$
Spezifische Zustandsgleichung	$p \cdot V = m \cdot R_s \cdot T$	$R_s = \frac{R}{M}$
Allgemeine Dichte	$\frac{m}{V} = \rho = \frac{p}{R_s \cdot T}$	$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$
Dichte Zustand x	$\rho_x = \rho_0 \cdot \frac{p_x \cdot T_0}{p_0 \cdot T_x}$	$[\rho] = \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{Pa \cdot K}{Pa \cdot K}$
1. Gesetz von Gay-Lussac	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$p = const$
2. Gesetz von Gay-Lussac	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$V = const$
Gesetz von Boyle-Mariotte	$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$	$T = const$

### Gaskonstante R<sub>s</sub> einiger Gase

Gas	R <sub>s</sub> in J/(kg K)
Luft	287,2
Methan	518,3
Kohlendioxid	188,9
Ammoniak	488,2

### Normdichte ρ einiger Gase

Gas	ρ <sub>0</sub> in kg/m <sup>3</sup>
Luft	1,293
Methan	0,717
Kohlendioxid	1,977
Ammoniak	0,771
Propan	2,004



## Energie und Wärme

### Wärmekapazität

Q	Wärmemenge	J
m	Masse	kg
$c_p$	spez. Wärmekapazität bei $p = \text{const}$	J/(kg K)
$\theta_1$	Temperatur Stoff 1	°C
$\theta_2$	Temperatur Stoff 2	°C
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

$$Q = m \cdot c_p \cdot (\theta_2 - \theta_1) \quad [Q] = \text{kg} \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \text{K} = \text{J}$$

Spez. Wärmekapazität  $c_p$  einiger Stoffe

Stoff	$c_p$ in J/(kg K)
Wasser (20°C)	4'182
Wasser (60°C)	4'184
Luft (20°C)	1'005
Luft (100°C)	1'009
Eis (0°C)	2'090
Beton (0...100°C)	880
Stahl (0...100°C)	500

### Mischungstemperatur

$Q_{\text{ab}}$	abgegebene Wärmemenge	J
$Q_{\text{auf}}$	aufgenommene Wärmemenge	J
$m_1$	Masse Stoff 1	kg
$m_2$	Masse Stoff 2	kg
$c_{p1}$	spez. Wärmekapazität Stoff 1	J/(kg K)
$c_{p2}$	spez. Wärmekapazität Stoff 2	J/(kg K)
$\theta_1$	Temperatur Stoff 1	°C
$\theta_2$	Temperatur Stoff 2	°C
$\theta_m$	Mischungstemperatur	°C

Energiebilanz

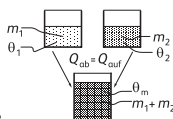
$$Q_{\text{ab}} = Q_{\text{auf}}$$

somit

$$m_1 \cdot c_{p1} \cdot (\theta_1 - \theta_m) = m_2 \cdot c_{p2} \cdot (\theta_m - \theta_2)$$

Mischungstemperatur\*

$$\theta_m = \frac{m_1 \cdot c_{p1} \cdot \theta_1 + m_2 \cdot c_{p2} \cdot \theta_2}{m_1 \cdot c_{p1} + m_2 \cdot c_{p2}} \quad [\theta_m] = \text{°C}$$

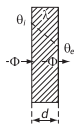


\*Die Mischungstemperatur gilt für alle Mischvorgänge, bei denen kein Medium den Aggregatzustand wechselt und zwischen dem System und seiner Umgebung keine Wärmeübertragung stattfindet.

## Wärmeleitung durch eine ebene Wand

$\Phi$	Wärmestrom	W
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit*	W/(m K)
$d$	Wanddicke	m
$A$	Fläche	m <sup>2</sup>
$\theta_e$	Temperatur Wand aussen	°C
$\theta_i$	Temperatur Wand innen	°C
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

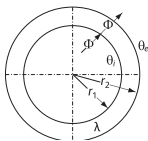
$$\Phi = \frac{\lambda}{d} \cdot A \cdot (\theta_i - \theta_e) \quad [\Phi] = \frac{W}{m \cdot K \cdot m} \cdot m^2 \cdot K = W$$



## Wärmeleitung durch ein einschichtiges Rohr

$\Phi$	Wärmestrom	W
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit*	W/(m K)
$l$	Länge Teilstück	m
$r_1$	Radius innen	m
$r_2$	Radius aussen	m
$\theta_i$	Temperatur Rohr innen	°C
$\theta_e$	Temperatur Rohr aussen	°C
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

$$\Phi = \frac{\lambda \cdot 2 \pi \cdot l \cdot (\theta_i - \theta_e)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad [\Phi] = W$$



## Konvektion an einer Wand

$\Phi$	Wärmestrom	W
$h$	Wärmeübergangskoeffizient*	W/(m <sup>2</sup> K)
$A$	Fläche	m <sup>2</sup>
$\theta_f$	Temperatur Fluid	°C
$\theta_w$	Temperatur Wand	°C
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

$$\Phi = h \cdot A \cdot (\theta_f - \theta_w) \quad [\Phi] = \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot m^2 \cdot K = W$$

\*siehe Wärmedurchgang

## Wärmestrahlung

$\Phi_e$	Strahlungsleistung	W
$\varepsilon_F$	Emissionsgrad Fläche/Körper	
$\varepsilon_U$	Emissionsgrad Umgebungsflächen	
$C_{FU}$	Strahlungsaustauschkonstante	W/(m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> )
$\sigma$	Stefan-Boltzmann-Konstante	W/(m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> )
A	Fläche	m <sup>2</sup>
$T_F$	Temperatur Fläche/Körper	K
$T_U$	Temperatur Umgebungsflächen	K

Strahlungsleistung eines Körpers\*

$$\Phi_e = \varepsilon_F \cdot \sigma \cdot A \cdot T_F^4$$

$$[\Phi_e] = \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot m^2 \cdot K^4 = W$$

Abgestrahlte Wärmeleistung an die Umgebung\*\*

$$\Phi_e = C_{FU} \cdot A \cdot (T_F^4 - T_U^4)$$

$$[\Phi_e] = \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot m^2 \cdot K^4 = W$$

wobei

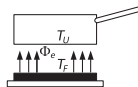
$$C_{FU} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_F} + \frac{1}{\varepsilon_U} - 1}$$

### Emissionsgrad einiger Stoffe

Stoff	Temperatur in °C	$\varepsilon$
Wasser	0...100	0,95...0,96
Russ	100...300	0,95
Ziegel, Putz	20	0,93
Wandfarbe	20	0,95
Dachpappe	20	0,93
Eichenholz	20	0,89
Lacke, Emaille	20	0,85
Stahl, poliert	20	0,29
Stahl, verrostet	20	0,85
Aluminium, poliert	20	0,04

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$$

$\varepsilon = 1$ , bei schwarzen Körpern



\* Gilt für die Ausstrahlung ins Vakuum, mit guter Näherung auch für die Durchstrahlung von Luft.

\*\* Strahlungsleistung einer Fläche mit der Temperatur  $T_F$  an eine parallele Umgebungsfläche mit der Temperatur  $T_U$ .

## Wärmedurchgang durch eine ebene Wand

$\Phi$	Wärmestrom	W
U	Wärmedurchgangskoeffizient	W/(m <sup>2</sup> K)
A	Fläche	m <sup>2</sup>
$h_{i,e}$	Wärmeübergangskoeffizient	W/(m <sup>2</sup> K)
$\lambda_1 \dots n$	Wärmeleitfähigkeit	W/(m K)
$d_1 \dots n$	Wanddicke	m
$\theta_{fi}$	Innentemperatur	°C
$\theta_{fe}$	Aussentemperatur	°C
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

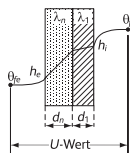
$$\Phi = U \cdot A \cdot (\theta_{fi} - \theta_{fe})$$

$$[\Phi] = \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot m^2 \cdot K = W$$

wobei

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \dots + \frac{d_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_e}}$$

$$[U] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$$



### Wärmeübergangskoeffizient h aus der Praxis

Bauteil	h in W/(m <sup>2</sup> K)	
Gebäudewand innen	$h_i$	8
Gebäudewand aussen	$h_e$	25

### Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ einiger Stoffe

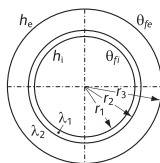
Stoff	Temperatur in °C	$\lambda$ in W/(m K)
Kupfer	20	384
Stahl (0,2 % C)	20	50
Stahl (0,6 % C)	20	46
CrNiMo-Stahl	20	15
Kiesbeton	20	2,1
Glas (Fensterglas)	20	0,8...1,1
Backstein	20	0,35...0,9
Glaswolle	20	0,04

## Wärmedurchgang durch ein zweischichtiges Rohr

$\Phi$	Wärmestrom	W
$l$	Länge Teilstück	m
$h_{i,e}$ *	Wärmeübergangskoeffizient	W/(m <sup>2</sup> K)
$\lambda_{1,2}$	Wärmeleitfähigkeit	W/(m K)
$r_{1,2,3}$	Radius	m
$\theta_{fl}$	Temperatur Fluid	°C
$\theta_{fe}$	Umgebungstemperatur	°C
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

$$\Phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot (\theta_{fl} - \theta_{fe})}{\frac{1}{h_i \cdot r_1} + \frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{h_e \cdot r_3}}$$

$$[\Phi] = W$$



## Wärmeübertrager

$\Phi_{wU}$	Wärmestrom	W
$U$	Wärmedurchgangskoeffizient	W/(m <sup>2</sup> K)
$A$	Wärmeübertragerfläche	m <sup>2</sup>
$\Delta T_m$	mittlere logarithmische Temperaturdifferenz K	

$$\Phi_{wU} = U \cdot A \cdot \Delta T_m$$

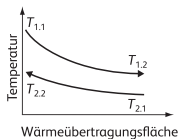
$$[\Phi_{wU}] = \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot m^2 \cdot K = W$$

### Gegenstromwärmeübertrager

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln \left( \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}} \right)} \quad [\Delta T_m] = K$$

wobei

$$\Delta T_{max} = T_{1,1} - T_{2,2} \quad \Delta T_{min} = T_{1,2} - T_{2,1}$$

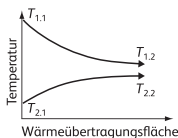


### Gleichstromwärmeübertrager

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln \left( \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}} \right)} \quad [\Delta T_m] = K$$

wobei

$$\Delta T_{max} = T_{1,1} - T_{2,1} \quad \Delta T_{min} = T_{1,2} - T_{2,2}$$



\*Wird durch Strömungs- und Wärmeleitungsvorgänge bestimmt.

## 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Formulierung allgemein:

Physikalisch betrachtet kann Energie weder erzeugt noch vernichtet werden, sondern nur von einer Form in die andere umgewandelt werden.

Formulierung mittels Exergie:

Bei allen Prozessen ist die Summe aus Exergie und Anergie konstant.

$$\text{Energie} = \text{Exergie} + \text{Anergie} = \text{const}$$

Definition Exergie:

Der Teil der Energie, der sich in jede beliebige Energieform umwandeln lässt.

Formen reiner Exergie sind:

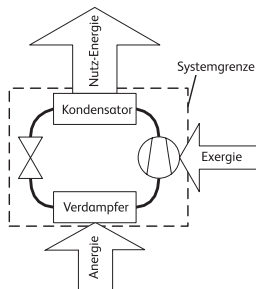
- elektrische Energie
- Lageenergie
- Bewegungsenergie

Definition Anergie:

Der Teil der Energie, der sich nicht in Exergie umwandeln lässt.

Formen reiner Anergie:

Umgebungswärme



## 2. Hauptsatz der Thermodynamik

Formulierung allgemein:

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik gibt an, dass Energie nicht beliebig von einer Energieform zur anderen umgewandelt werden kann.

Beispiel:

Elektrische Energie kann praktisch vollständig in Wärme umgewandelt werden. Wärme jedoch nur begrenzt in elektrische Energie.

Formulierung mittels Exergie:

Bei allen natürlichen, nicht umkehrbaren Prozessen wird Exergie in Anergie umgewandelt.

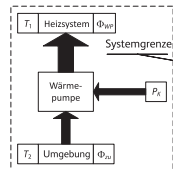
## Kreisprozesse der Gebäudetechnik

### Carnot'sche Leistungszahl der Wärmepumpe\*

$\varepsilon_{WP,car}$  maximale Leistungszahl der Wärmepumpe

$\Phi_{WP}$	Heizleistung der Wärmepumpe	W
$\Phi_{zu}$	Wärmeleistung aus Umgebung	W
$P_{K,th}$	Kompressorleistung (ohne Verluste)	W
$T_1$	Austrittstemperatur Heizmedium	K
$T_2$	Eintrittstemperatur Umgebungsmedium	K

$$\varepsilon_{WP,car} = \frac{\Phi_{WP}}{P_{K,th}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

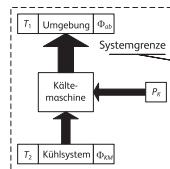


### Carnot'sche Leistungszahl der Kältemaschine\*

$\varepsilon_{KM,car}$  maximale Leistungszahl der Kältemaschine

$\Phi_{ab}$	Wärmeleistung an Umgebung	W
$\Phi_{KM}$	Kühlleistung der Kältemaschine	W
$P_{K,th}$	Kompressorleistung (ohne Verluste)	W
$T_1$	Eintrittstemperatur Umgebungsmedium	K
$T_2$	Austrittstemperatur Kälteträgermedium	K

$$\varepsilon_{KM,car} = \frac{\Phi_{KM}}{P_{K,th}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$



\*Die Carnot'sche Leistungszahl ist ein theoretischer Wert. Ihre Anwendung in der Praxis erfolgt als Vergleich zwischen der realen Leistungszahl ( $\varepsilon$ ) zur theoretisch maximalen Leistungszahl ( $\varepsilon_{car}$ ).



#### Reale Leistungszahl der Wärmepumpe

$\varepsilon_{WP}$	Leistungszahl der Wärmepumpe	
$\Phi_{WP}$	Heizleistung der Wärmepumpe	W
$P_K$	Leistungsaufnahme der Wärmepumpe	W

$$\varepsilon_{WP} = \frac{\Phi_{WP}}{P_K}$$

#### Reale Leistungszahl der Kältemaschine

$\varepsilon_{KM}$	Leistungszahl der Kältemaschine	
$\Phi_{KM}$	Kühlleistung der Kältemaschine	W
$P_K$	Leistungsaufnahme der Kältemaschine	W

$$\varepsilon_{KM} = \frac{\Phi_{KM}}{P_K}$$

#### Gütegrad der Wärmepumpe

$\eta_{WP}$	Gütegrad der Wärmepumpe	
$\varepsilon_{WP}$	Leistungszahl der Wärmepumpe	
$\varepsilon_{WP,car}$	maximale Leistungszahl der Wärmepumpe	

$$\eta_{WP} = \frac{\varepsilon_{WP}}{\varepsilon_{WP,car}}$$

#### Gütegrad der Kältemaschine

$\eta_{KM}$	Gütegrad der Kältemaschine	
$\varepsilon_{KM}$	Leistungszahl der Kältemaschine	
$\varepsilon_{WP,car}$	maximale Leistungszahl der Kältemaschine	

$$\eta_{KM} = \frac{\varepsilon_{KM}}{\varepsilon_{KM,car}}$$

## Allgemeine Eigenschaften der Flüssigkeiten und Gase

### Hydrostatischer Druck

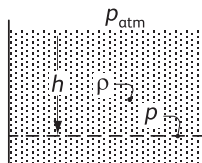
$p$	Druck	Pa
$g$	Fallbeschleunigung	$\text{m/s}^2$
$\rho$	Dichte	$\text{kg/m}^3$
$h$	Höhe (Flüssigkeitssäule)	m

Schweredruck in der Tiefe  $h^*$

$$p = \rho \cdot g \cdot h \quad [\rho] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2}$$

wobei

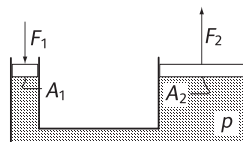
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$



### Grundgesetz der Hydraulik (hydraulische Presse)

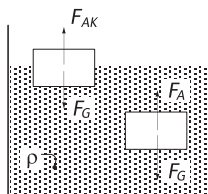
$F_1$	Kraft des Pumpenkolbens	N
$F_2$	Kraft des Presskolbens	N
$A_1$	Fläche des Pumpenkolbens	$\text{m}^2$
$A_2$	Fläche des Presskolbens	$\text{m}^2$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$



## Auftrieb

$F_A$	Auftriebskraft (ganzer Körper)	N		
$F_{AK}$	Auftriebskraft (eingetauchter Teil Körper)	N	$F_A = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V$	$[F_A] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} = \text{N}$
$F_G$	Gewichtskraft	N		
$\rho_{Fl}$	Dichte der Flüssigkeit	$\text{kg}/\text{m}^3$	$F_{AK} = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V_K$	$[F_{AK}] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} = \text{N}$
$g$	Fallbeschleunigung	$\text{m}/\text{s}^2$	$F_G = m \cdot g$	$[F_G] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$
$V$	Volumen (ganzer Körper)	$\text{m}^3$		
$V_K$	Volumen (eingetauchter Teil Körper)	$\text{m}^3$		
$m$	Masse des Körpers	kg	wobei	
			$g = 9,81 \text{ m/s}^2$	



Vorgang	Bedingung
Ein Körper steigt	$F_G < F_A$
Ein Körper sinkt	$F_G > F_A$
Ein Körper schwebt	$F_G = F_A$
Ein Körper schwimmt	$F_G = F_{AK}$

## Luftdruck

### Barometrische Höhenformel

$p$	Luftdruck in der Höhe $h$	Pa	$p = p_0 \cdot e^{\left(\frac{-\rho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}\right)}$	$[p] = \text{Pa}$
$p_0$	Normdruck der Luft	Pa	wobei	
$\rho_0$	Normdichte von Luft	$\text{kg}/\text{m}^3$	$p_0 = 101\,325 \text{ Pa}$	
$g$	Fallbeschleunigung	$\text{m}/\text{s}^2$	$g = 9,81 \text{ m/s}^2$	
$h$	Höhe	m	$\rho_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$	

## Strömende Flüssigkeiten und Gase

### Volumenstrom

$\dot{V}$  Volumenstrom  $m^3/s$

$V$  Volumen  $m^3$

$t$  Zeit  $s$

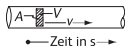
$A$  Fläche  $m^2$

$v$  Geschwindigkeit  $m/s$

$$\dot{V} = \frac{V}{t}$$

$$\dot{V} = A \cdot v$$

$$[\dot{V}] = \frac{m^2 \cdot m}{s} = \frac{m^3}{s}$$



### Massenstrom

$\dot{m}$  Massenstrom  $kg/s$

$\dot{V}$  Volumenstrom  $m^3/s$

$\rho$  Dichte  $kg/m^3$

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho$$

$$[\dot{m}] = \frac{m^3 \cdot kg}{s \cdot m^3} = \frac{kg}{s}$$

## Bernoullische Gleichung

$v_1$  Geschwindigkeit des Fluides an der Stelle 1  $m/s$

$v_2$  Geschwindigkeit des Fluides an der Stelle 2  $m/s$

$g$  Fallbeschleunigung ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ )  $m/s^2$

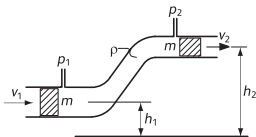
$h_1$  geodätische Höhe an der Stelle 1  $m$

$h_2$  geodätische Höhe an der Stelle 2  $m$

$p_1$  statischer Druck an der Stelle 1  $Pa$

$p_2$  statischer Druck an der Stelle 2  $Pa$

$\rho$  Dichte des Fluides  $kg/m^3$



### Bernoullische Gleichung in den verschiedenen Formen

Form der Gleichung	Dynamischer Anteil		Geodätischer Anteil		Statischer Anteil	=	Gesamt	SI-Einheit
Spez. Energie*	$\frac{v^2}{2}$	+	$g \cdot h$	+	$\frac{p}{\rho}$	=	const	$\left[ \frac{Nm}{kg \cdot s^2} \right]$
Druck	$\rho \cdot \frac{v^2}{2}$	+	$\rho \cdot g \cdot h$	+	$p$	=	const	$\left[ Pa, \frac{N}{m^2} \right]$
Höhe	$\frac{v^2}{2 \cdot g}$	+	$h$	+	$\frac{p}{\rho \cdot g}$	=	const	[m]

\*Die spezifische Energie bezieht sich auf die Masse  $m = 1 \text{ kg}$ .

## Kontinuitätsgleichung

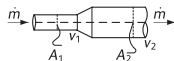
$\dot{m}$	Massenstrom des Fluides	kg/s
$\dot{V}$	Volumenstrom des Fluides	m <sup>3</sup> /s
$A_{1,2}$	Querschnitt der Stromröhre	m <sup>2</sup>
$v_{1,2}$	Geschwindigkeit des Fluides	m/s
$\rho$	Dichte des Fluides	kg/m <sup>3</sup>

Entlang einer Stromröhre gilt \*

$$\dot{m} = \text{const}$$

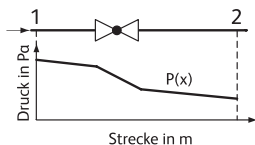
somit

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$



## Druckverlust

$\Delta p_{fs}$	Druckverlust	Pa
$\zeta$	Widerstandsbeiwert Einbauten	
$\lambda$	Rohrreibungszahl	
$v$	Strömungsgeschwindigkeit des Fluides	m/s
$l$	Länge der Rohrleitung	m
$d_h$	hydraulischer Durchmesser	m
$R$	spezifischer Druckverlust	Pa/m



Gesamtdruckverlust einer Rohrstrecke

Rohr		Einzelwiderstand	=	Gesamtdruckverlust
$\sum \Delta p_{fs,R}$	+	$\sum \Delta p_{fs,E}$	=	$\Delta p_{fs,tot}$
$\sum \lambda \cdot \frac{l}{d_h} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}$	+	$\sum \zeta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$	=	$\Delta p_{fs,tot}$
$R \cdot l$	+	$\sum \zeta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$	=	$\Delta p_{fs,tot}$

## Reynoldszahl

$v$	Strömungsgeschwindigkeit des Fluides	m/s
$d_h$	hydraulischer Durchmesser	m
$d_i$	Innendurchmesser	m
$\nu$	kinematische Viskosität des Fluides	m <sup>2</sup> /s
$U$	Umfang	m
$A$	Fläche	m <sup>2</sup>

$$Re = \frac{d_h \cdot v}{\nu} \quad [Re] = \frac{m \cdot m \cdot s}{s \cdot m^2}$$

wobei

$$d_h = \frac{4 \cdot A}{U} \quad d_h = \frac{m^2}{m} = m$$

### Rohrrauigkeiten $k$ einiger Materialien

Material	$k$ in mm
Kupfer / Messing	0,001...0,005
Faserzement	0,05...0,1
Stahlrohr, neu	0,02...0,1
Stahlrohr, gebraucht (rostig)	0,15...1,5
Blechkanal gefalzt	0,15...0,2
Wickelfalzrohr	0,1...2,0

Bei einem Rohr gilt

$$d_i = d_h$$

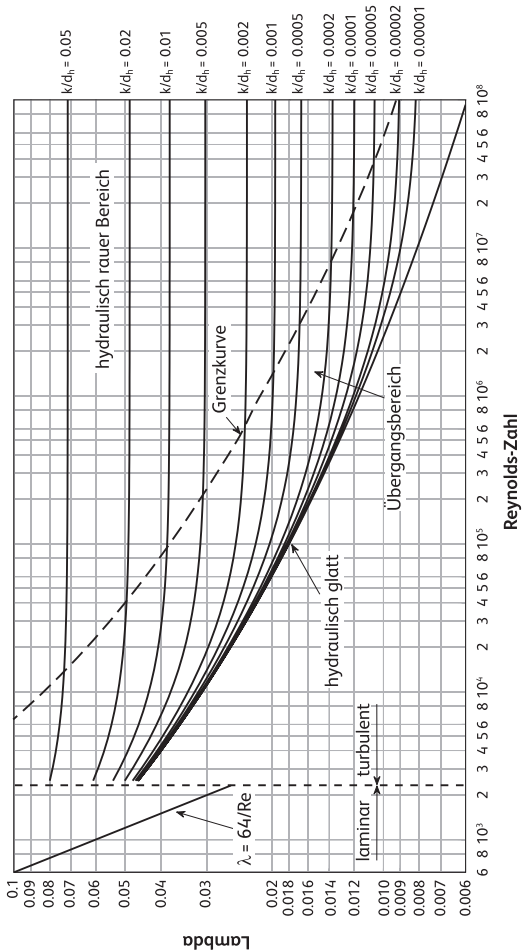
$Re < 2320$  = laminare Rohrströmung

$Re > 2320$  = turbulente Rohrströmung

### Kinematische Viskosität $\nu$ von Wasser und Luft

Stoff	Temperatur in °C	$\nu$ in m <sup>2</sup> /s
Wasser	0	$1,789 \cdot 10^{-6}$
Wasser	20	$1,006 \cdot 10^{-6}$
Wasser	60	$0,478 \cdot 10^{-6}$
Wasser	100	$0,294 \cdot 10^{-6}$
Luft	-20	$11,78 \cdot 10^{-6}$
Luft	0	$13,52 \cdot 10^{-6}$
Luft	20	$15,35 \cdot 10^{-6}$
Luft	40	$17,26 \cdot 10^{-6}$
Luft	60	$19,27 \cdot 10^{-6}$

Moody-Diagramm zur Ermittlung der Rohrreibungszahl  $\lambda^*$



\* Ansatz aus: Recktenwald, Gerald (2007), Pipe Flow Analysis with Matlab

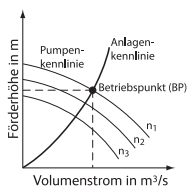
## Pumpen und Ventilatoren

$\dot{V}$	Förderstrom	$\text{m}^3/\text{s}$
$h$	Förderhöhe	$\text{m}$
$\Delta p$	Druckverlust/Druckdifferenz	$\text{Pa}$
$n$	Drehzahl	$\text{min}^{-1}$
$P_2$	hydraulische Leistung	$\text{W}$
$P_1$	elektrische Leistungsaufnahme	$\text{W}$
$\eta_P$	hydraulischer Wirkungsgrad Pumpe	
$\eta_V$	hydraulischer Wirkungsgrad Ventilator	
$\eta_M$	Wirkungsgrad Antriebsmotor	
$\eta_W$	Wirkungsgrad Welle	

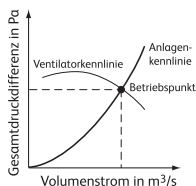
Anlagen-/Rohrnetzkenlinie

$$\Delta p = C \cdot \dot{V}^2$$

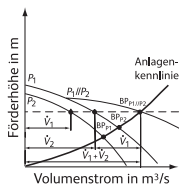
Pumpenkennlinie



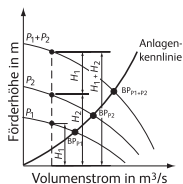
Ventilatorokennlinie



Parallelschaltung



Serieschaltung



\* Für reibungsfreie, inkompressible Strömungen.

Für technische Anwendungen als Näherungslösung zu betrachten.

\*\* Aus Erfahrung: Leistungsaufnahme  $P_2 \sim (n_2/n_1)^2 \cdot P_1$



## Leistungsaufnahme Pumpen und Ventilatoren

	Pumpe	Ventilator	Einheit
Hydraulische Leistung	$P_2 = \dot{V} \cdot \rho \cdot g \cdot h$	$P_2 = \dot{V} \cdot \Delta p$	$[P_2] = W$
el. Leistungsaufnahme/ Wellenleistung	$P_1 = \frac{P_2}{\eta_p}$	$P_1 = \frac{P_2}{\eta_v}$	$[P_1] = W$
Wirkungsgrad	$\eta_p = \frac{P_2}{P_1}$	$\eta_v = \frac{P_2}{P_1}$	$[\eta_{p/v}] = 1$
Gesamtwirkungsgrad	$\eta_{p,ges} = \eta_p \cdot \eta_M \cdot \eta_W$	$\eta_{v,ges} = \eta_v \cdot \eta_M \cdot \eta_W$	$[\eta_{ges}] = 1$

### Proportionalitätsgesetze \*

$\dot{V}_{1,2}$	Volumenstrom	$m^3/s$
$n_{1,2}$	Drehzahl	$min^{-1}$
$\Delta p_{1,2}$	Druckverlust	Pa
$P_{1,2}$	Leistungsaufnahme	W

*Volumenstrom*

$$\dot{V}_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \dot{V}_1 \quad [\dot{V}_2] = \frac{m^3}{s}$$

*Druckverlust*

$$\Delta p_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \Delta p_1 \quad [\Delta p_2] = Pa$$

*Leistungsaufnahme\*\**

$$P_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \cdot P_1 \quad [P_2] = W$$

## Stichwortverzeichnis

### A

Alphabet, griechisches	3
Anergie	22
Anfangswiderstand	4
Ankerumdrehungen, Anzahl	6
Anlagen-/Rohrnetzkenlinie	32
Arbeit	13
Arbeit, elektrische	6
Arbeit-/Energieeinheiten, Umrechnungen	13
Auftrieb	27

### B

Barometrische Höhenformel	27
Beleuchtungsstärke, mittlere	10
Beleuchtungswirkungsgrad	10
Beleuchtungstechnik	10
Beleuchtungstechnik, Planung für Neuanlagen	10
Bernoullische Gleichung	28
Beschleunigung	11
Bewegung, gleichförmige	11
Bewegung, gleichmässig beschleunigte	11
Bewegungsenergie	13
Blindleistung	7, 8
Blindleistungsfaktor	7, 8
Blindwiderstand, induktiver und kapazitiver	7, 8
Boyle-Mariotte, Gesetz von	16

### D

Dichte	11
Dichte, allgemeine	16
Dichte, Wasser	15
Dichte Zustand $x$	16
Drehfelddrehzahl	9
Drehstrom	8
Drehstromleistung symmetrische Belastung	8
Drehstrommotoren	9
Dreieckschaltung	8
Druck	12, 26
Druck, hydrostatischer	26
Druckverlust/Druckdifferenz	29, 32, 33

<b>E</b>	
Effektivwert	7
Einheiten	3
Elektrotechnik, Grundlagen	4
Elektrowärme	6
Emissionsgrad	19
Endlänge	14
Energie	13, 17, 22
Energie, elektrische und thermische	13
Energiebilanz	17
Energieformen	13
Energiekosten	6
Entladedauer	5
Exergie	22

<b>F</b>	
Fallbeschleunigung	26
Fluiddynamik	26
Frequenz	7

<b>G</b>	
Gas, ideales	15, 16
Gaskonstante, allgemeine und spezifisch	16
Gay-Lussac, 1. und 2. Gesetz	16
Gebäudetechnik, Kreisprozesse	24
Gegenstromwärmeübertrager	21
Gesamtkapazität	6
Gesamtspannung	5
Gesamtstrom	5
Gesamtwiderstand	5
Gesamtwirkungsgrad, Pumpen und Ventilatoren	33
Geschwindigkeit	11
Gewichtskraft	12, 27
Gleichstrom	4
Gleichstromwärmeübertrager	21
Größen	3

<b>H</b>	
Höhendifferenz	6
Hydraulik, Grundgesetz (hydraulische Presse)	26

<b>I</b>	
Impulse, Anzahl	6
Induktivität	8
Innenwiderstand	5

<b>K</b>	
Kältemaschine, Carnot'sche Leistungszahl	24
Kältemaschine, Gütegrad und reale Leistungszahl	25
Kapazität	5, 7
Klemmenspannung	5
Kompensation	10
Kompensations-Kondensator	10
Kondensator, Laden und Entladen	5
Kondensatoren, Schaltung	6
Kontinuitätsgleichung	29
Konvektion, Wand	18
Kraft	3, 12
Kreisfrequenz	7
Kreisprozesse, Gebäudetechnik	24
Kurzschlussstrom	5

<b>L</b>	
Ladedauer	5
Lageenergie	13
Längenänderung	14
Längenausdehnung fester Stoffe	14
Längenausdehnungskoeffizien	14
Lampen, Anzahl	10
Laststrom	5
Leistung	3, 6, 13
Leistung (bez. Spannung/Stromstärke)	4
Leistung, abgegeben/aufgenommen	6, 9
Leistung, hydraulische, Pumpen und Ventilatoren	33
Leistung, mechanische	6
Leistungsaufnahme, elektrische	32, 33
Leistungsaufnahme, Pumpen und Ventilatoren	33
Leistungsfaktor	7, 8
Leistungsfaktorverbesserung	10
Leistungsmessung mit Zähler	6
Leiterdurchmesser	4
Leiterlänge	4
Leiterquerschnitt	4, 5
Leiterspannung	8

Leiterstrom	5, 8
Leiterwiderstand	4
Leitungswiderstand	5
Lichtausbeute	10
Luftdruck	27

## **M**

Masse	3, 6
Massenstrom (des Fluides)	28, 29
Mechanik, Grundlagen	11
Mischungstemperatur	17
Moody-Diagramm	31

## **N**

Neuralleiterstrom, Konstruktion	9
Normdichte, Gase	16
Normdichte, Luft	27
Normdruck, Luft	27
Normvolumen, molares	15
Nutzlichtstrom	10

## **O**

Ohmsches Gesetz	4
-----------------	---

## **P**

Parallelschaltung	6, 32
Periodendauer	7
Phasenverschiebungswinkel	7
Proportionalitätsgesetze	33
Pumpen	32, 33
Pumpenkennlinie	32

## **Q**

Quellenspannung	5
-----------------	---

## **R**

Reynoldszahl	30
Rohrrauigkeit	30

## **S**

Scheinleistung	7, 8
Scheinwiderstand	7
Scheitelwert	7

Schlupf	9
Serienschaltung	5, 6, 32
SI-Einheiten	3
Spannung	4
Spannung, Effektivwert	7
Spannung, elektrische	3
Spannung, Scheitelwert	7
Spannungsfall	5
Spannungsquelle, belastet	5
Stefan-Boltzmann-Konstante	19
Sternschaltung	8
Stoffe, Emissionsgrad	19
Stoffe, Verhalten bei Temperaturänderung	14
Strangstrom	8
Strangwiderstand	8
Strecke, Weg	11
Strahlungsaustauschkonstante	19
Strahlungsleistung	19
Stromdichte	4
Stromstärke	4
Stromstärke, Effektivwert und Scheitelwert	7

## T

Temperatur	14
Temperaturänderung	4
Temperaturdifferenz	6
Temperaturdifferenz, mittlere logarithmische	21
Thermodynamik	14
Thermodynamik, erster und zweiter Hauptsatz	22, 23
Transformator	9

## U

Übersetzungsverhältnis	9
------------------------	---

## V

Ventilatoren	32, 33
Ventilatorenkennlinie	32, 33
Verbraucher	9
Verlustleistung	6
Viskosität, kinematische, Wasser/Luft	30
Volumenausdehnung von Flüssigkeiten	15
Volumenstrom	28, 33
Vorsätze	3

## W

Wärme	17
Wärmedurchgang, ebene Wand	20
Wärmedurchgang, zweischichtiges Rohr	21
Wärmedurchgangskoeffizien	20
Wärmekapazität	17
Wärmeleistung, abgestrahlte an die Umgebung	19
Wärmeleitfähigkeit	18, 20
Wärmeleitung, ebene Wand	18
Wärmeleitung, einschichtiges Rohr	18
Wärmemenge	6, 17
Wärmenutzungsgrad	6
Wärmepumpe, Carnot'sche Leistungszahl	24
Wärmepumpe, Gütegrad und reale Leistungszahl	25
Wärmestrahlung	19
Wärmestrom	18, 20, 21
Wärmeübergangskoeffizien	18, 20
Wärmeübertrager	21
Wartungsfaktor	10
Wechselstrom	7
Wechselstromleistung	7
Wellenleistung, elektrische, Pumpen und Ventilatoren	33
Widerstand	4, 5
Widerstand, elektrischer	4
Widerstand, Leiter	4
Widerstand, spezifische	4, 5
Widerstand, Temperatureinflus	4
Widerstände, Schaltungen	5
Widerstandsänderung	4
Widerstandsdreieck einer Spule	7
Wirkleistung	7, 8
Wirkleistung ohmsche Verbraucher	8
Wirkungsgrad	6
Wirkungsgrad, Pumpen und Ventilatoren	33
Wirkwiderstand	7

## Z

Zeitkonstante	5
Zustandsgleichung, allgemeine und spezifisch	16

